

exercice 1**Partie A**

Soit φ la fonction définie sur \mathbb{R} par $\varphi(x) = \frac{3x^2 + ax + b}{x^2 + 1}$

Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative de φ admette pour tangente au point $I(0 ; 3)$ la droite d'équation $y = 4x + 3$

Dans la suite on remplacera a et b par les valeurs trouvées.

Partie B

1) Déterminer les réels α et β tels que pour tout réel x , $\varphi(x) = \alpha + \frac{\beta x}{x^2 + 1}$

2) Etudier la fonction φ (variation et limites)

3) Etudier la position de sa courbe représentative (C) par rapport à la tangente (T) au point I de coordonnées (0 ; 3). Démontrer que I est centre de symétrie de (C).

4) Construire la courbe (C).

5) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{3x^2 + a|x| + b}{x^2 + 1}$ avec les mêmes valeurs de a et de b trouvées dans

la partie A. On note (C') sa courbe représentative.

Sans étudier f , construire en justifiant, (C') sur le même graphique que (C).

exercice 2

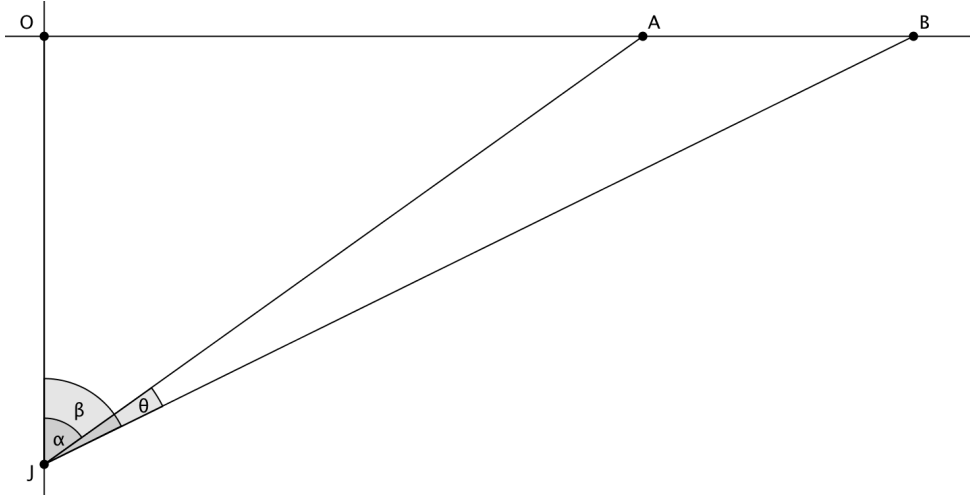
Sur un terrain de rugby, A et B représentent les emplacements des poteaux .

Un joueur a marqué un essai à la position O de la ligne de but (AB).

Son coéquipier, pour transformer l'essai, doit poser le ballon sur un point de la perpendiculaire à (AB) passant par O et tenter de l'envoyer par un tir au pied entre les poteaux A et B.

On cherche la position de J pour laquelle l'angle de tir \widehat{AJB} est maximal.

On note $x = OJ$, $a = OA$, $b = OB$, $\theta = \widehat{AJB}$, $\alpha = \widehat{OJA}$ et $\beta = \widehat{OJB}$



1) a) A l'aide de formules avec cos et sin, montrer que $\tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

b) En déduire que $\tan \theta = \frac{(b-a)x}{x^2 + ab}$

2. Etudier les variations de $x \rightarrow \tan x$ sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et en déduire que θ est maximal quand $\tan \theta$ est maximal.

3. a. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{(b-a)x}{x^2 + a}$. Montrer qu'elle atteint son maximum en $x_0 = \sqrt{ab}$.

b. Sachant que la largeur du but est de 5,60 m et que l'essai a été marqué en O tel que $OA = 20$ m, déterminer la distance OJ à 0,1 m près, pour que l'angle θ soit maximal et déterminer cet angle maximal à $0,1^\circ$ près.

exercice 3

Montrer que si a, b et c sont 3 réels tels que $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ alors $a = b = c$